

SCHWARTZ 2013 Emlékverseny

A TRIÓDA díj-ért kitűzött feladat tanári szintű megoldása

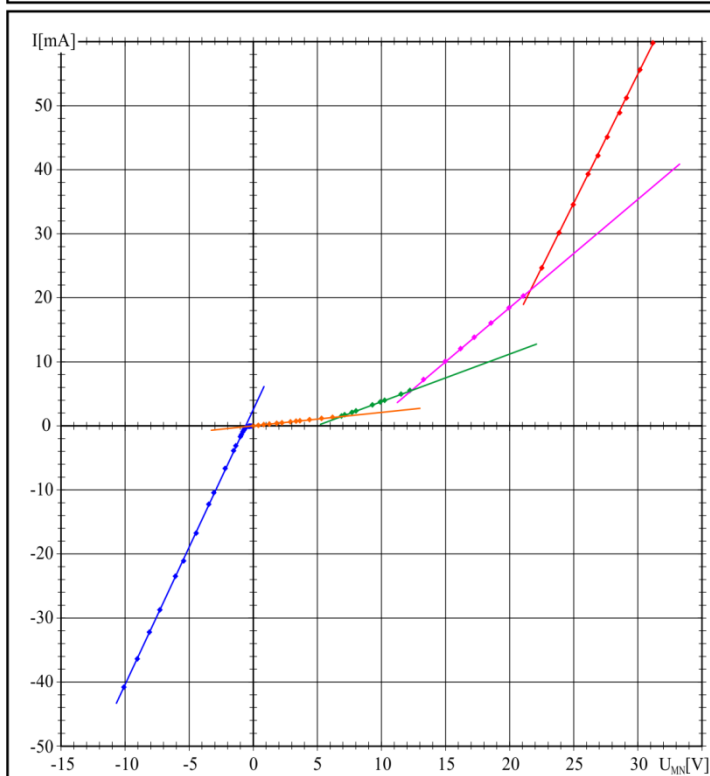
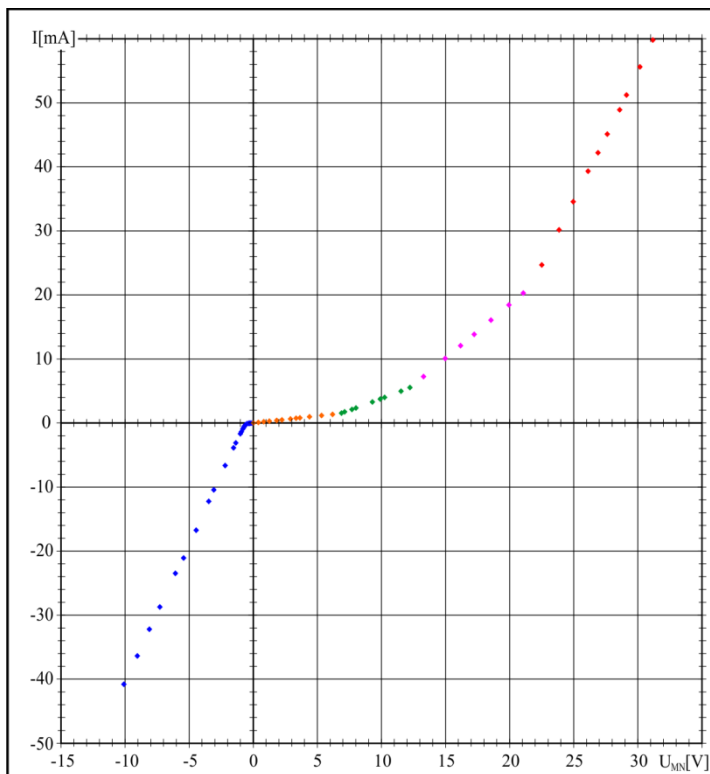
ADY Endre Líceum Nagyvárad, Románia

2013. november 9.

Újabb kísérlet fekete dobozzal

A kísérlet grafikonja. A kísérletének befejezésekor a fizikus felvázolja a mérési eredmények grafikonját, mindig ügyel arra, hogy a független változó az abszcisszára, a függő változó pedig az ordinátára kerüljön. Bármennyire is különös a grafikon, az adatokon nem módosít.

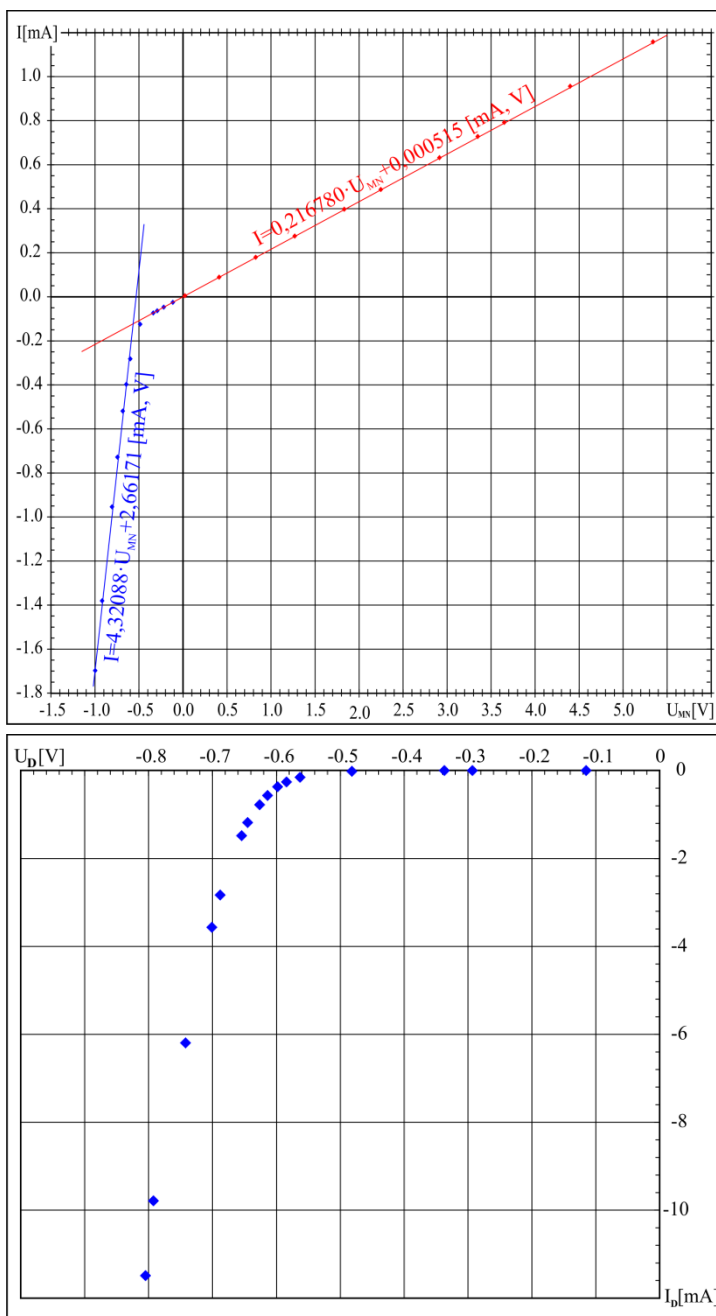
Első megfigyelések. Első pillantásra a pozitív tartományban az áramkör nemlineáris elemeket tartalmaz, hiszen a volt-amperes karakterisztika „parabola” jellegű. A negatív feszültségtartományban, az origóhoz közeledő részen egy kis görbület van, de utána szigorúan egyenes lesz a karakterisztika. Ha figyelmesebben megvizsgáljuk a pozitív tartományt, akkor jól elkülöníthető, négy egyenes szakaszt találunk, azaz lineáris elemekről van szó. Mivel az áramkörre kapcsolt feszültség egyenfeszültség, ezek a lineáris elemek csakis ellenállások lehetnek, amelyeket valamilyen módszerrel, a fekete dobozra kapcsolt feszültségtől függően egymáshoz kötögetünk. A továbbiakban megkeressük a grafikon egyenes szakaszait. A pozitív részben négy tökéletesen egyenes szakaszt találunk, ez az elsőfokú közelítő görbékből is jól látszik. Az egyeneseket az érvényességi szakaszukon jóval túl húzzuk, így megkapjuk a metszéspontju-



kat, ezeknek különleges fizikai értelmet fogunk találni. A negatív szakaszban egy egyenest kapunk, amely nem megy át az origón, de az origó körüli részen az adatok nem eléggé tiszták, hiszen a nagyon sok mérőpont egy exponenciálisszerű görbe köré csoportosodik. Meglepődve veszük észre, hogy a pozitív feszültségek felőli görbe áthalad a negatív rész első pontjain, vagyis nem lehetséges a nemlineáris áramköri elemek léte. A nagyobb áramértékeket összekötő egyenes az abszcisszát $-0,5\text{ V}$ körül metszi, ez azt sugallja, hogy mégis van valamilyen nemlineáris elem a negatív részben. Ha ez egy szilíciumdióda lenne, amely $0,66\text{ V}$ körül nyit, akkor érthető lenne a pozitív rész felőli görbe áthaladása a negatív rész első mérőpontjain, hiszen $-0,5\text{ V}$ -ig a dióda gyakorlatilag teljesen zár, szinte nem létezik.

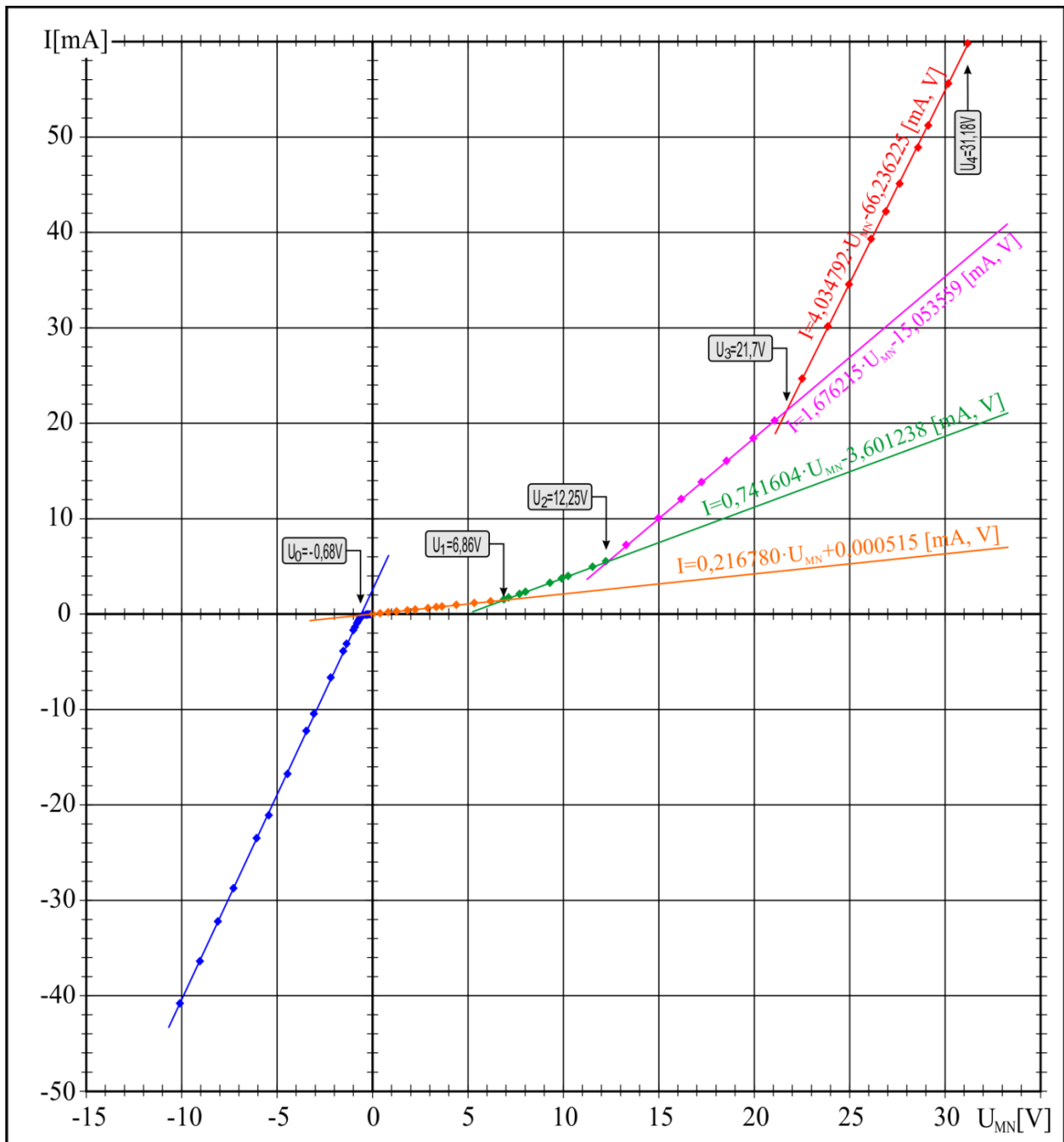
Egy cselhez folyamodunk. A fentiek alapján biztosak lehetünk abban, hogy a fekete doboz MN pontjai között egy R_0 ellenállás van. Az origó körüli adatokat ábrázoló grafikon piros egyenesének irányítányezőjéből meghatározzuk az értékét:

$R_0 = 4,613\text{ k}\Omega$. A kék egyenes irányítányezőjéből meghatározzuk a negatív szakaszban „érzékelhető” R_p ellenállást, amely az R_0 és az R_D ellenállások párhuzamos kapcsolásából áll. Az egyenes irányítányezője $4,32088\text{ mA/V}$, ebből $R_D = 0,231\text{ k}\Omega$ adódik. Az R_0 -t „kivesszük” a csoportosításból és jó közelítéssel megkapjuk a diódával sorba kötött ellenállás értékét: $R_D = 0,244\text{ k}\Omega$. A jó közelítés azt jelenti, hogy az R_D -vel sorban ott van egy kis nyitófeszültségű dióda, így az R_0 -val való párhuzamos kötés csak a nagyobb feszültségeknél valósul meg igazán. Az R_0 ellenállás mindig az áramkörre kapcsolt teljes U_{MN} feszültséget kapja, ezért a mért áramból kivonjuk az U_{MN}/R_0 áramértéket, így megkapjuk a diódán (esetleg a diódákon) átfolyó áram értékét: $I_D = I - U_{MN}/R_0$. A feltételezett diódán megjelenő U_D feszültséget az R_D ellenálláson elvesztett feszültség értékével határozzuk meg: $U_D = U_{MN} - I_D \cdot R_D$. Ábrázoljuk az $I_D = f(U_D)$ adatokat, és a fenti görbét kapjuk meg, amely kísértetiesen



hasonlít egy dióda nyitógörbéjéhez. Nyitott marad azonban a nem könnyű kérdés: milyen dióda nyit ki negatív anódfeszültségeknél? Ilyesmi nem létezik! Hol van a hiba? *Egy cselhez folyamodtunk, ebből egy dióda léte következett, de ez a dióda, eddigi tudásunk szerint, nem létezhet!*

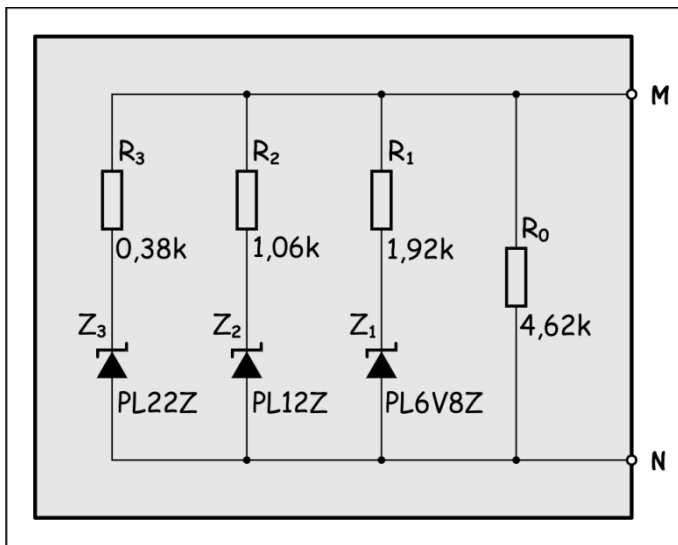
Visszatérünk a karakterisztika pozitív részéhez. Megállapítottuk, hogy a karakterisztika pozitív részét négy, jól elkülöníthető egyenes szakaszba bonthatjuk. Az alábbi ábrán látható az egyes



szakaszokat közelítő egyenesek egyenlete, valamint azok a feszültségek, amelyeknél az egyenesek metszik egymást: $U_1=6,86V$, $U_2=12,25V$ és $U_3=21,7V$. A negatív $U_0= -0,68V$ feszültséget már fentebb megmagyaráztuk. Látható, hogy a bejelölt feszültségek után az áram egyenletesen nőni kezd. Ez azt jelenti, hogy egy újabb fogyasztó, egy ellenállás kapcsolódott be. A közelítőgörbék általános egyenlete $I=A \cdot U_{MN}+B$ formájú. A szomszédos egyenesek egyenleteiből kiszámíthatjuk a

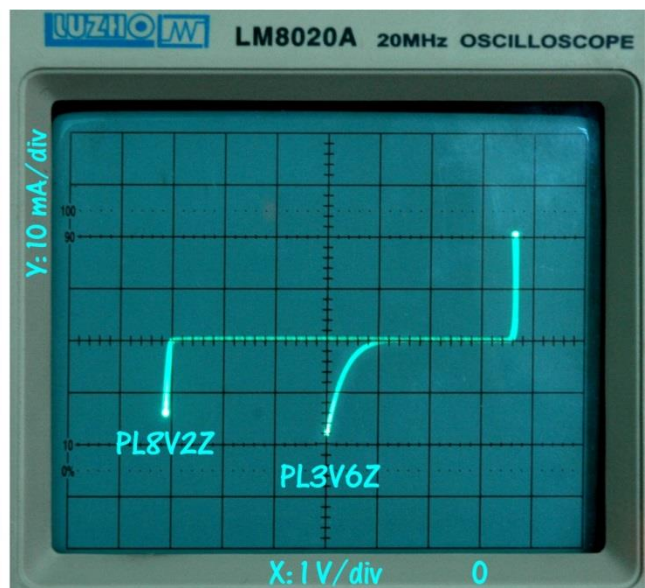
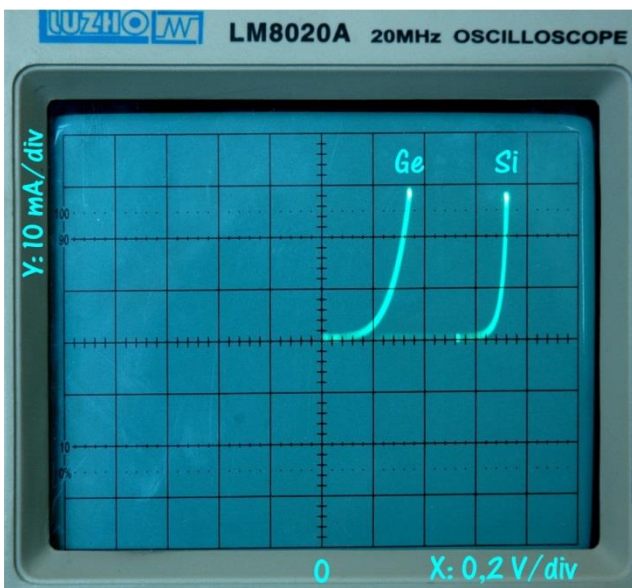
Δi_k áramkülönbséget az U_{k+1} feszültségű pontban, amely a bekapcsolódott R_k ellenállásnak tulajdonítható: $R_k = (U_{k+1} - U_k) / \Delta i_k$. Ne lepődjünk meg az egyenletek túlságosan pontosnak tűnő együtthatóitól, ez azért volt szükséges, hogy a különbségüket legalább három értékes számjeggyel fejezhessük ki. Az R_k ellenállások kiszámított értékei a következők: $R_0 = 4,62 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 1,905 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 1,07 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 0,424 \text{ k}\Omega$.

A fekete dobozban levő áramkör kapcsolási rajza. A fekete doboz M és N csatlakozópontjai között egy R_0 ellenállásnak kell lennie, mert mindkét oldali (negatív és pozitív) karakterisztikában megjelenik. A negatív feszültségtartományban egy diódát találtunk (most nem érdekel bennünket az elképzelt működésének lehetetlensége), amely sorba van kapcsolva az R_D ellenállással. A pozitív tartományban az U_1 feszültségig egyetlen ellenállás jelentkezik, ez az R_0 , U_1 -nél bekapcsolódik az R_1 , U_2 -nél az R_2 , majd az U_3 -nál az R_3 . Ezeket az automata bekapcsolásokat könnyen megoldhatnánk egy E_k feszültségű tápforrással és egy diódával, amely $E_k + 0,66\text{V}$ -nál nyitna ki,



A fekete dobozban levő áramkör kapcsolási rajza

azonban a feladat szövegében az áll, hogy a fekete doboz csak passzív alkatrészeket tartalmaz. Az



egyetlen lehetséges megoldás a **Zener**¹ dióda, melynek munkafeszültsége U_k , ez egyenértékű egy tápforrás és egy dióda sorbakapcsolásával. A Zener dióda alkalmazásával megoldódik a negatív

¹ **Zener dióda.** Valójában egy közönséges dióda, melynek nyitófeszültsége kb. 0,66V, de fordított irányban az ellenőrzött lavinatartományban (letörési feszültség, Zener-feszültség) dolgozik. Az egyszerű diódák a lavinatartományban tönkremennek. A Zener feszültséget a szennyeződések adagolásával változtatják meg. Áramköri szempontból egy Zener dióda egyenértékű egy közönséges dióda és egy fordított sorosan kötött, az ellenőrzött lavinatartományban működő diódával. A Zener dióda mindkét irányban vezeti az áramot.

anódfeszültségnél nyitó dióda problémája, ott az anódfeszültség pozitív, a Zener tartományban pedig negatív. A méréseknél mi „véletlenül” megfordítottuk a dipólust. A Zener diódákat az E24² sorozat értékei alapján gyártják. A fenti kettős ábrán a Ge és a Si dióda nyitókarakterisztikái (*baloldali oszcillogram*), valamint Zener diódák karakterisztikái láthatók (*jobboldali oszcillogram*). Megfigyelhető egy 8,2 V-os Zener dióda (PL8V2Z) nagyon meredek karakterisztikája és a sokkal kevésbé meredek PL3V6Z karakterisztikája.

Az R_1 megtalálásához hasonló módon találjuk meg a másik két ellenállást is (R_2 és R_3), mindhárom egy-egy Zener diódán „ül”. A Zener feszültség eléréséig az R_k ellenállás „nem létezik”, azután pedig egy egyszerű ellenállásként felveszi a sarkain megjelenő $U_{MN}-U_k$ feszültségnek megfelelő $I_k=(U_{MN}-U_k)/R_k$ áramot.

A negatív feszültségtartományban ($U_{MN}<0$) a három ellenállás (R_1 , R_2 , R_3) a megfelelő Zener dióda klasszikus diódájához kötődik, az anódok az N csatlakozó felől vannak, amely most pozitív az M csatlakozóhoz képest. *A negatív anódfeszültségre vonatkozó megállapításunk „hibás” volt, annakidején nem tudhattuk, hogy a kapcsolás Zener diódákat tartalmaz.*

Kísérleti eredmények. A következőkben bemutatjuk a kísérlet mérési adatai feldolgozásának eredményeit. A mellékelt táblázatba összegyűjtöttük a fekete doboz elemeinek minden konstrukciós adatát. A

kapcsolási rajz névleges értékeit $\pm 5\%$ tűrésű elemekből válogattuk össze, ez a pontosság bőségesen elégséges erre az alkalmazásra, azonban precíziós ($\pm 0,5\%$) műszerekkel „hidegen”, azaz anélkül, hogy a tápforrást bekapcsoltuk volna, megmértük a valódi értékeiket. A kísérleti meghatározásukat fentebb ismertettük, itt összehasonlíthatjuk a kapcsolás elemeinek valódi értékeivel. A meghatározásaink elég jók, kivéve az R_3 ellenállás meghatározási értékét.

Fizikai mennyiség	R_0 [k Ω]	R_1 [k Ω]	R_2 [k Ω]	R_3 [k Ω]	U_1 [V]	U_2 [V]	U_3 [V]
Névleges érték ($\pm 5\%$)	4.7	2	1	0.39	6.8	12.0	22.0
Valódi érték	4.62	1.92	1.06	0.38	-	-	-
Meghatározott érték	4.613	1.905	1.070	0.424	6.86	12.25	21.7
Meghatározási hiba [%]	-0.2	-0.8	0.9	11.6	0.9	2.1	-1.4

kapcsolási rajz névleges értékeit $\pm 5\%$ tűrésű elemekből válogattuk össze, ez a pontosság bőségesen elégséges erre az alkalmazásra, azonban precíziós ($\pm 0,5\%$) műszerekkel „hidegen”, azaz anélkül, hogy a tápforrást bekapcsoltuk volna, megmértük a valódi értékeiket. A kísérleti meghatározásukat fentebb ismertettük, itt összehasonlíthatjuk a kapcsolás elemeinek valódi értékeivel. A meghatározásaink elég jók, kivéve az R_3 ellenállás meghatározási értékét.

Egy furcsa eredmény született. A R_1 , R_2 , R_3 ellenállásokat R_D -vel jelöltük (*nem tudtuk, hogy a valóságban három ellenállás van*), és a negatív feszültségek esetén, azaz a Zener dióda egyszerű dióda üzemmódjában meg is határoztuk őket. Vegyük a táblázat valódi értékeit, kössük párhuzamosan őket, „illegális” módon tartsuk meg az öt értékes számjegyet, és $R_{D\text{valódi}}=0,24399 \text{ k}\Omega$ -ot kapunk. A kék egyenes iránytényezőjéből (IT), az $R_0=4,613 \text{ k}\Omega$ „kivétele” után $R_{DIT}=0,24366 \text{ k}\Omega$ -ot kapunk, vagyis a meghatározott és a valódi érték majdnem tökéletes egybeesése jött létre. Ha most párhuzamosan kötjük a Zener módban meghatározott R_1 , R_2 , R_3 ellenállásokat, meglepően különbö-

² **Az E24 értéksorozat.** Egy dekádöt 24 szakaszra bontanak, ezek a szakaszok összeérnek, vagy kis átfedésben vannak, így sikerül teljesen elkerülni a nem megfelelő érték miatti selejtet. Minden érték valamelyik szakaszba tartozik. A sorozat elemeit egy állandó szorzó segítségével számítják ki, ennek értéke $k=10^{1/24}$. Az E24 sorozat elemeinek a tűrése $\pm 5\%$.

ző értéket kapunk: $R_{DZener}=0,262 \text{ k}\Omega$. Ez az érték az R_3 miatt van: $R_{3Zener}=0,424 \text{ k}\Omega$, ez nagyon különbözik (11,6%) az R_3 valódi értékétől: $R_{3Valódi}=0,380 \text{ k}\Omega$. Meg kell találnunk a két módon meghatározott érték közötti nagy különbség magyarázatát.

Hibaforrások. A mérések nagy száma (60 felett), a működés közbeni túlmelegedések elkerülésének kizárása és a precíziós mérőműszerek használata biztosították a meghatározási hibák $\pm 1\%$ -ra való korlátozását. A következőkben felsorolásra kerülnek a lehetséges hibaforrások:

- Nem vettük figyelembe a voltmérő által felvett áramot. A belső ellenállása $R_V=10 \text{ M}\Omega$, ez sokszorosan nagyobb lévén a dipólus $R_0=4,62 \text{ k}\Omega$ legnagyobb ellenállásánál, az általa behozott mérési hiba 0,05% alatt van.
- Nem vettük figyelembe a Zener dióda maradékáramát, amely az ellenőrzött lavina-hatás előtti szakaszban jelenik meg, ennek értéke tizednyi μA . Az R_0 -án átfolyó áram közelítő függvénye tartalmaz egy kb. $0,5 \mu\text{A}$ nagyságrendű áramot, amely a három Zener dióda maradékáramainak az összegét jelenti. A voltmérőn átfolyó áram arányos a dipólusra kapcsolt U_{MN} feszültséggel, ez belekerül az egyes egyenesek iránytényezőibe, de ez az áram elhanyagolható.
- A Zener diódák nem rendeltetésszerű alkalmazása jelenti a legnagyobb hibaforrást. A Zener diódákat nem változó terhelésű üzemmódra tervezték, ezen kívül a nagyobb munkafeszültségű diódák belső ellenállása 10-20 Ω nagyságrendű, a Zener feszültség pedig változik a terheléssel. A PL22Z Zener dióda a változó üzemi alkalmazásra **jellegzetesen nem felel meg**, azért került rá a választás, hogy létrejöhessen a nemlineáris jelleg miatti bizonytalanság. Először három sorba kötött 7,5 V-os diódát alkalmaztunk, ott nem észleltük ezt a jelenséget.

A kísérlet hozadéka. Az alkalmazott módszer rámutat egy komplex kapcsolás elemeinek a csak „külső” mérések alapján való meghatározhatóságára.

- Sikerült azonosítanunk három „diódát” a nagyobb pozitív feszültségek tartományában és három „diódát” a kisebb negatív feszültségek tartományában, jobban mondva, azonosítottunk három Zener diódát.
- Megtaláltuk az R_0 független ellenállást.
- Megtaláltuk a Zener diódákkal soros ellenállásokat.
- Meghatároztuk a Zener diódák munkafeszültségét.
- Meghatározásaink nagyobbik része igen pontos, kivéve az R_3 ellenállását (10% feletti hiba), de ez a tendenciózus módon hibásan megépített kapcsolás miatt van. Ezzel bemutattuk egy kapcsolás elemei vizsgálatának megépítés előtti szükségességét és a kapcsolásban felmerülő igénybevételnek megfelelő elemek alkalmazását.

Nagyvárad, 2013. november 11.

dr. Bartos-Elekes István