

Az elektron fajlagos töltésének meghatározása magnetron módszerrel

Mottó: A kísérlet mérési eredményeit mindig el kell fogadni! Ha a mérési eredmények nem egyeznek az irodalmi adatokkal, akkor a mérőkészülékben, vagy a mérési módszerben van a hiba. A fizikus ilyenkor megkeresi a hibát. Ha nem találja, akkor vagy nem ért hozzá, vagy egy majdani Nobel-díjas kísérletével állunk szemben...

dr. Bartos-Elekes István

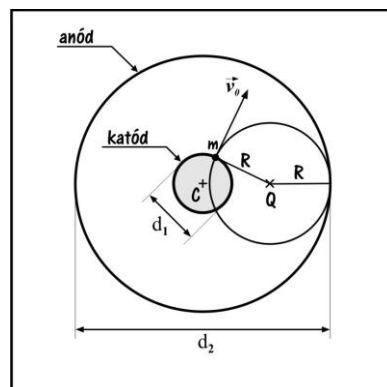
1997-ben Nagyváradon rendezték meg a romániai Fizikai Olimpia (O.K.T.V) országos döntőjét. Az elektron felfedezése után száz évvel, e jubileumi alkalomra, a verseny egyik kísérleti próbájaként készítettem el az elektron fajlagos töltésének meghatározására tervezett készülékeket a XII. osztály versenyzői számára (**80 példányban**). A készülékek prototípusát már 1971-ben megépítettem, azóta bemutató kísérletként sokszor használtam. A megmaradt készülékek segítségével, a verseny óta, egy egész osztállyal végezzük el a laborgyakorlatot (**14 mérőhely**). Az elektron fajlagos töltése meghatározásának igen sok módszere ismert, a legtöbb berendezés a kettős eltérítés elvét alkalmazza együttes, elektromos és mágneses terekben. Az elektron által leírt pályából, vagy egy ismert pályára kényszerítés feltételeiből, kiszámíthatjuk az e/m -t, a fajlagos töltést. *Az itt bemutatásra kerülő kísérletnek abban rejlik az igazi szépsége, hogy látszólag mindent jól mérünk, de a kapott érték mégis, szinte egy nagyságrenddel eltér az irodalmilag elfogadott értéktől.* A jövő fizikuspalántáinak, a mérések elvégzésén kívül az a feladata, hogy **a kísérletek alapján találják meg a hiba okait.** Az iskolai laboratóriumi gyakorlat előtt egy sor rész-kísérletet is bemutatok, ezek egy része nagyon munkaigényes, illetve nincs elég készülék az egész osztállyal való kísérletezéshez. Itt mind-egyik kísérlet bemutatásra kerül, a kapcsolási rajzokkal együtt *(talán érdekesnek ígérkezik, a középiskolai körülmények között, a tízed μA -es áramok három számjegyes mérése).*

A. A kísérlet fizikai alapjai. Egy vákuumdiódát elektronforrásként használunk fel, az elektronokat, elvileg, egy körpályára kényszerítjük. A katódból kissebességű, nem gyorsított elektronok (*termikus elektronok*) lépnek ki, és ezzel a kilépési sebességgel, vagy az anód gyenge elektromos térében felgyorsulva (*gyorsított elektronok*), az anód felé tartanak. Az elektronok a transzverzális mágneses térben, a Lorentz-erő hatására egy körívet írnak le, majd az anódba ütköznek, anóráram jön létre. A pálya görbületi sugara egyértelmű összefüggésben áll a mágneses tér erősségével. A mágneses tér növelése esetén, a görbületi sugár csökken, majd egy kritikus érték felett, az elektronok többé már nem érik el az anódot, az anóráram hirtelen lecsökken. Az elektroncső fizikai felépítése és méretei alapján meghatározható az anód és a katód közé „beférő” legkisebb körpálya mérete, illetve innen kiszámítható az elektron fajlagos töltése. A nagyfrekvenciás technikában a magnetronok hasonló elven működnek, ezért a fajlagos töltés (e/m) meghatározásának ezt a módját magnetron-módszernek nevezték el. A következőkben az elektron mozgását fogjuk tanulmányozni transzverzális mágneses terekben.

- 1. Termikus elektronok, $U_a=0$.** A mellékelt ábrán a dióda belső felépítésének keresztmetszete látható. Az ábra alapján felírható a következő összefüggés:

$$d_2/2 = R + \sqrt{R^2 + (d_1/2)^2},$$

ahonnan megkapjuk az anód elérésének geometriai feltételét: $R = (d_2^2 - d_1^2)/4d_2$



A fizikai feltételt a Lorentz-erő és a röpítő erő egyensúlyából kapjuk: $mv_0^2/R = ev_0B_c$.

A geometriai és fizikai feltételeket összevetve a $\frac{d_2^2 - d_1^2}{4d_2} = \frac{mv_0}{eB_c}$ [1] egyenletet kap-

juk. B_c a kritikus mágneses indukció értéke, amely az $I_a = f(I_0)$ görbe inflexió pontját jelöli. A kritikus mágneses indukció értékét a B_c -nek megfelelő I_c kritikus áram értéke alapján számíthatjuk ki: $B_c = L_D I_c / n \bar{S}$, ahol $\bar{S}$ a tekercs átlagkeresztmetszete. Az [1] egyenletben elvégezzük a szükséges műveleteket és megkapjuk az elektron fajlagos töltése abszolút értékének számítási képletét (a Lorentz erő skaláris formában való felírásával elvesztettük az elektron töltésének előjelét):

$$\left| \frac{e}{m} \right| = \frac{4d_2 v_0}{d_2^2 - d_1^2} \cdot \frac{1}{B_c} = \frac{4d_2 v_p}{d_2^2 - d_1^2} \cdot \frac{n \bar{S}}{L_D I_c}, \text{ ahol a } v_0 = v_p = 300 \text{ km/s} \quad [2]$$

2. **Gyorsított elektronok, $U_a > 0$.** Felírjuk a Lorentz-erő forgatónyomatéka hatására létrejövő pályanyomaték változási sebességét. A tagokat egyenként felírva egy kettős vektorszorzathoz jutunk

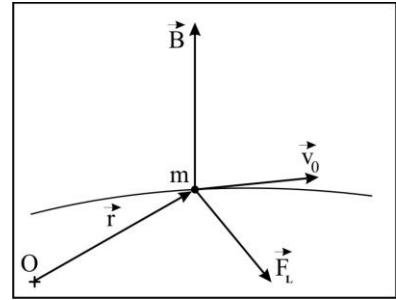
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_L = \vec{r} \times (-e\vec{v} \times \vec{B}) = -e\vec{v}(\vec{B} \cdot \vec{r}) + e\vec{B}(\vec{v} \cdot \vec{r}) \quad [3]$$

A mágneses indukcióvektor merőleges az elektron mozgási síkjára, így a [3] egyenletben $\vec{B} \cdot \vec{r} = 0$, tehát a Lorentz-erő forgatónyomatéka:

$$\vec{M} = e\vec{B}(\vec{v} \cdot \vec{r}) = e\vec{B}(\vec{r} \cdot \vec{v})$$

Észrevehető, hogy

$$\vec{r} \cdot \vec{v} = \vec{r} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = r \frac{dr}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt}(r^2)$$



Az eddigieket felhasználva újból felírhatjuk a pályanyomaték változási sebessége képletét:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt}(r^2) \cdot e\vec{B}, \text{ ahonnan: } \frac{d\vec{L}}{dt} - \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt}(r^2) \cdot e\vec{B} = 0$$

Ezt a kifejezést teljes deriváltként is felírhatjuk: $\frac{d}{dt}(\vec{L} - \frac{1}{2} \cdot e\vec{B} \cdot r^2) = 0$

Mivel a derivált értéke zérus, a deriválandó kifejezés állandó kell, hogy legyen:

$$\vec{L} - \frac{1}{2} \cdot e\vec{B} \cdot r^2 = \vec{c} \quad [4]$$

A [4] kifejezés állandó marad a katódból való kilépéstől az anód eléréséig. Indexeljük a kilépési értékeket S-sel (Start), az érkezésieket T-vel (Target). A [4] kifejezés így alakul:

$$L_S - \frac{1}{2} \cdot eB_c \cdot r_S^2 = L_T - \frac{1}{2} \cdot eB_c \cdot r_T^2 \quad [5]$$

A kezdeti és végső feltételek alapján felírhatjuk: $L_S = 0$ (elhanyagoljuk a termikus elektronok kilépési sebességét), $r_S = d_1/2$, $r_T = d_2/2$, $L_T = mvd_2/2$. Behelyettesítjük az [5] egyenletbe, majd kifejezzük az anódhoz való érkezés sebességét:

$$v = \frac{eB_c(d_2^2 - d_1^2)}{4md_2} \quad [6]$$

A gyorsító feszültség hatása alatt az elektronok végsebessége a következő képlettel számítható ki: $v = \sqrt{2eU_a / m}$ [7]

A [6] és [7] kifejezéseket összevetve, a négyzetre emelés után megkapjuk az elektron a fajlagos töltése abszolút értékének számítási képletét (*A Lorentz erő felírásánál már figyelembe vettük az elektron negatív töltését*):

$$\left| \frac{e}{m} \right| = \frac{32d_2^2}{(d_2^2 - d_1^2)^2} \cdot \frac{1}{B_c^2} \cdot U_a \quad [8]$$

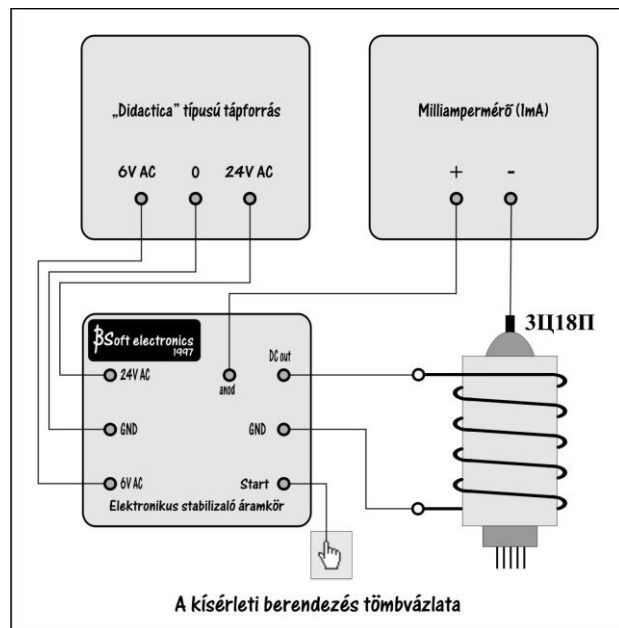
A [8] kifejezésbe behelyettesítjük a kritikus mágneses indukció értékét és

$$\left| \frac{e}{m} \right| = \frac{32d_2^2}{(d_2^2 - d_1^2)^2} \cdot \frac{n^2 \bar{S}^2}{L_D^2 I_c^2} \cdot U_a \quad [9]$$

B. A kísérleti berendezés. A magnetron-módszer legfontosabb eleme a **vákuumdióda**. A valamikori fekete-fehér TV nagyfeszültségű egyenirányítójában használt elektroncső, **3Ц18П** típusú (*ejtsd: 3C18P*), a választás azért esett erre az elektroncsőre, mert a közvetett fűtésű katódja igen kis átmérőjű, anódja pedig ehhez képest jóval nagyobb, így az elméleti számításokban feltételezett ideális körülményeknek igen jól megfelel, és nem utolsósorban az, hogy csak ebből tudtam beszerezni nagyobb mennyiséget. Az elektroncső belsejében létrehozott magas vákuum (*valamikor 20 kV egyenirányítására tervezték*) biztosítja a katód által kibocsátott elektronok szabad, ütközésmentes mozgását. A dióda katódja egy vékony cső, anódja egy, a katóddal koaxiálisan elhelyezett henger. A katódot a belsejében található izzószál körülbelül 800°C-ra hevíti fel. A felhevített katód elektronokat bocsát ki, ezek maguktól is elérnek az anódig, néhány tized mA-es anódáram alakul ki (*termikus elektronok*). A gyorsított elektronok esetében, az anód potenciálja a katódhoz képest pozitív lévén, vonzza ezeket, az elektronokat, megjelenik egy mA nagyságú anódáram. Felépítés szempontjából az ezüstsínű henger az anód, mely koncentrikus az elektroncső üvegházával, míg a katód ennek a hengernek a belsejében található, és koncentrikus az anóddal. A cső tetején található csatlakozót az anódhoz kötötték. A fekete folt, az üveg falára lecsapódott bárium, ez biztosítja a vákuumozáskor még megmaradt oxigénmolekulák befogását (*getter*).



A kísérleti berendezés tömbvázlata a mellékelt ábrán látható. A vákuumdióda egy áramjárta **tekercsben** található. Egy **elektronikus stabilizáló áramkör** segítségével rövid ideig (10s) igen erős, és kiszámítható értékű mágneses teret (*pontosabban, mágneses indukciót*) hozhatunk létre. Az időkorlátozás a tekercs esetleges túlmelegedése miatt szükséges. Ez az áramkör adja a stabilizált **anódfeszültséget** is, a gyenge elektromos gyorsítótér létrehozásához, valamint itt található a vákuumdióda fűtéséhez szükséges áramkör is. Az elektronikus stabilizátor egy klasszikus, iskolai, „**Didactica**” típusú tápforrásról működik. Az elektroncső anódáramát a **Milliampermérő**, egyedi méréseknél, digitális mikroampermérő segítségével mérjük meg.

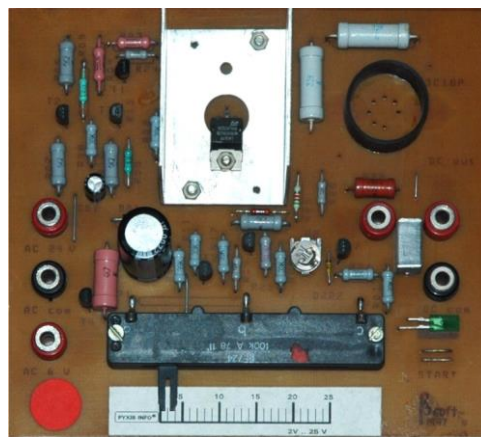


Tekercs: B mágneses indukciójú mágneses tér létrehozására szolgál, és a dióda foglalatja körüli fekete gyűrűre kell helyezni, koaxiálisan a diódával. A tekercset, az elektronikus stabilizáló áramkör táplálja.



Elektronikus stabilizáló áramkör. Két megkülönböztetett állapota van, melyeket a kapcsolás jobb alsó részén levő zöld LED is jelez:

- Várakozási üzemmód.** A kimeneti feszültség $U_0=1,3\text{ V}$, rövidzár-védett, nem szabályozható (a LED nem világít).
- Aktív üzemmód.** $1,5\text{ A}$ -ig terhelhető, rövidzár-védett, változtatható feszültségű ($2,0\text{V} \dots 25\text{V}$) egyenáramforrás. Ebbe az állapotba való átkapcsolás a START felirat feletti két huzal, 1-2 s-ig tartó megérintésével érhető el (a LED alatt). Ezután a LED világítani kezd, és a következő 8-10 s-ban a potenciométer skáláján beállított feszültséget (U_0) szolgáltatja. Ezután a LED lassan kialszik és a berendezés átvált a várakozási üzemmódba. A tekercsen átfolyó áram erősségét (I_0) a beállított feszültség (U_0) és a tekercsen jelzett R ellenállás értéknek a segítségével számoljuk ki ($I_0=U_0/R$). *Egyedi méréseknél a tekercsen átfolyó áram meghatározására egy analóg mérőműszert alkalmazunk, így sokkal pontosabban számíthatjuk ki a mágneses indukciót, hiszen a tekercs melegedéséből származó hiba teljesen kizárt.* A beállított mágneses térnél meghatározzuk az anódáramot. Az adatok feljegyzése valamint az új feszültség beállítása után (50-60 s) az áramkör biztonságosan újraindítható. Mindkét üzemmódban, a dióda anódáramkörének $U_a=19,5\text{ V}$, stabilizált feszültségét, szintén ez az áramkör biztosítja.



C. Előkészítő kísérletek. A kísérlet fizikai alapjainál ismertetett körpályára kényszerítés feltételeiből kiszámíthatjuk a fajlagos töltés meghatározási összefüggését: $e/m=vB/r$. Könnyen belátható, hogy a jobboldali részből, gyakorlatilag, semmit sem ismerünk, csak a cső geometriai adataiból visszaszámítható görbületi sugarat (r). Meg kell határoznunk a termikus elektronok legnagyobb és legvalószínűbb kilépési sebességét. Az elektronok sebességét a **fékezési karakterisztika** elemzéséből számítjuk ki. Mivel igen nagy szórásra számíthatunk, az elektront gyorsítani fogjuk, és erősebb mágneses térrel térítjük el. A **gyorsítási karakterisztika** segítségével meggyőződhetünk arról, hogy az általunk használt gyorsítási tartományban, nem lép fel az anódáram telítődése. A mágneses tér létrehozásához használt tekercs egyáltalán nem tekinthető szolenoidnak, ezért az általa létrehozott mágneses indukciót csak közvetve számíthatjuk ki az önindukciós együtthatója (L), és az átfolyó áram (I_0) segítségével. Egy soros RLC áramkört alakítunk ki a tekercsből meg egy kondenzátorból, és megvizsgáljuk a **rezonanciagörbe** változásait **elektroncsővel**, és **elektroncső nélkül**. Itt választ kaphatunk arra is, hogy az elektroncső tartalmaz-e ferromágneses anyagokat, vagy sem.

D. Konstrukciós adatok. Ezek az adatok feltétlenül szükségesek a kísérleti eredmények feldolgozásához.

1. 3Ц18П típusú vákuumdióda:

- A katód külső átmérője: $d_1 = 0,9 \text{ mm}$
- A katód hasznos hossza: $l_c = 6,1 \text{ mm}$
- Az anód belső átmérője: $d_2 = 9,8 \text{ mm}$
- Az anód külső átmérője: $d_3 = 10,9 \text{ mm}$
- Az anód hossza: $l_a = 20,9 \text{ mm}$

2. Gyorsítófeszültség:

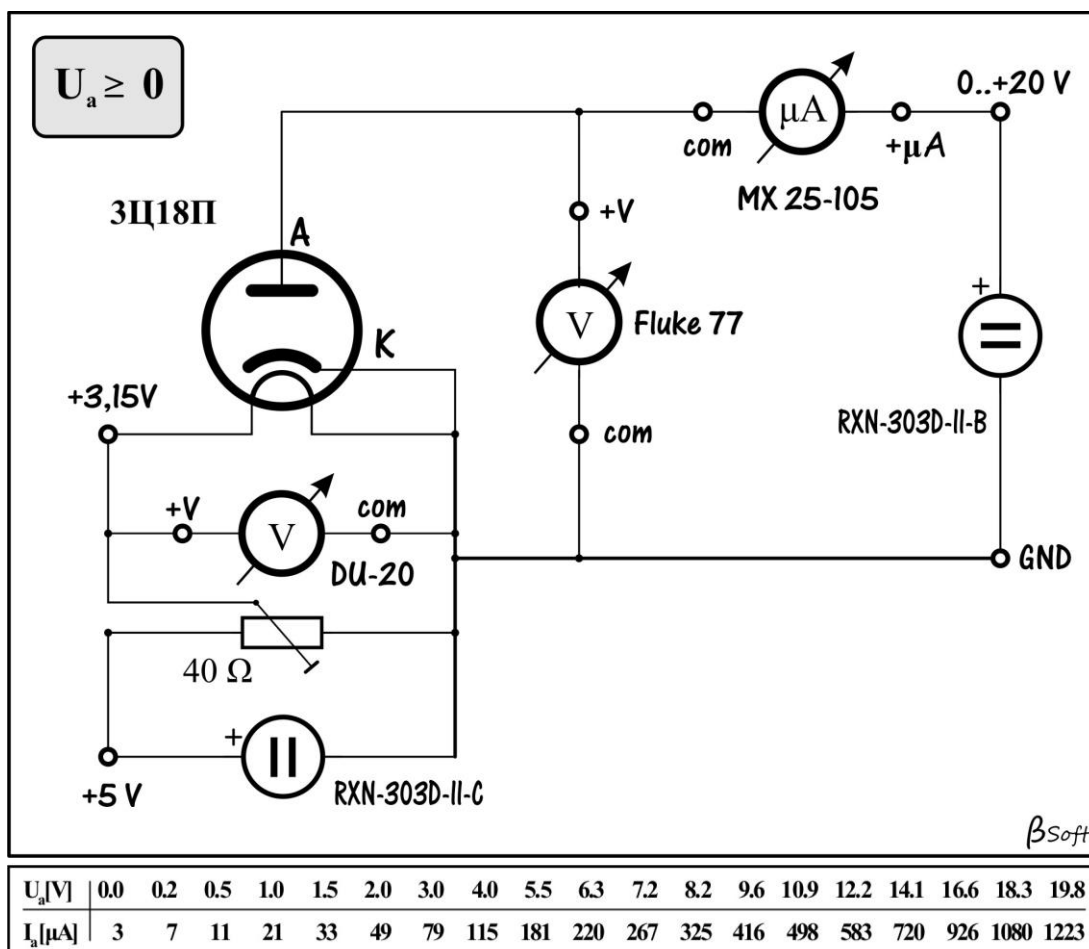
- Az anódárammérő műszer zsinórját a **GND**-re kötve a gyorsítófeszültség $U_a=0$.
- A műszer zsinórját az **anod**-ra kötve a gyorsítófeszültség $U_a=19,5\text{V}$.

3. Az elektromágnes tekercse:

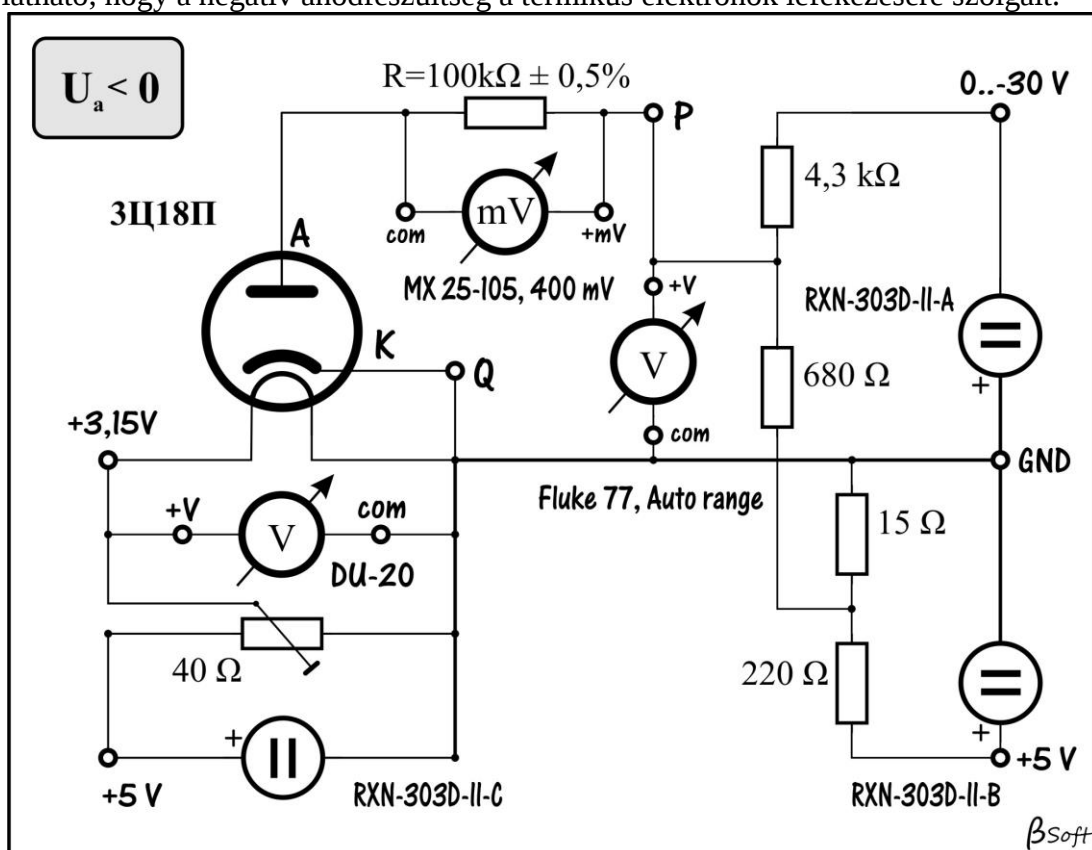
- Külső átmérő: $D_2 = 40 \text{ mm}$
- Belső átmérő: $D_1 = 24 \text{ mm}$
- Szélesség: $a = 30 \text{ mm}$
- Menetszám: $n = 1600$
- Az egyes tekercs ellenállása a címkéről olvasható le (körülbelül 27Ω)

E. Kísérleti eredmények. Amikor a fizikus egy új eszközzel találkozik, azt különböző kapcsolásokban tanulmányozza, hogy jobban megértse működési elvüket, meg tudja állapítani a belső paramétereiket. Sorra elvégezzük az előkészítő kísérleteket, majd a főkísérletet, az elektron fajlagos töltésének meghatározását, magnetron módszerrel.

1. **A dióda gyorsított üzemmódban.** Az alábbi kapcsolás segítségével felvettük a dióda voltamperes karakterisztikáját. Az anódáramot egy egyszerű digitális mikroammérővel mérjük. A mérési eredmények az alábbi táblázatban láthatók.



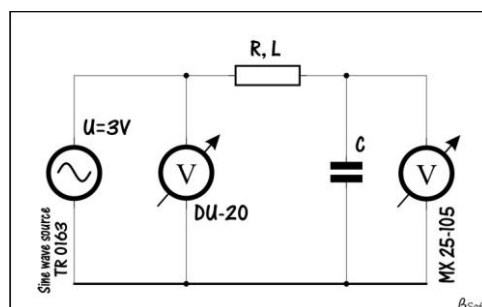
2. **A dióda fékezési üzemmódban.** Az előbb, $U_a=0,0$ V-nál egy igen kis értékű anód-áramot figyelhettünk meg. Az áram létrejöttének tisztázására az anódfeszültséget negatív irányba is eltoltuk. A fékezési üzemmódban az alábbi kapcsolást használtuk. Az U_{PQ} anódfeszültség-forrás folytonosan szabályozható feszültséget ad a **0..-1000 mV** feszültségintervallumban. A kapcsolás érdekessége, hogy a szabályozott tartományt a felső táp feszültségének beállításával érjük el. A másik érdekesség, hogy a rendkívül kicsi, néhány tized μA -es anódáramokat egy precíziós ellenálláson ($R=100\text{ k}\Omega \pm 0,5\%$) létrejövő feszültségből számítjuk vissza, természetesen az anódfeszültséget is korrigálni kell. A mért $U_R[mV]$ értéket le kell vonnunk az U_{PQ} -ból: $U_{AK}=U_{PQ}-U_R$. Az anódáramot a következő összefüggés adja meg: $I_a[\mu A]=U_R[mV]/(100k\Omega)$. A kapcsolási rajz és a mérési eredmények az alábbiakban láthatók. A mérési eredményekből látható, hogy a negatív anódfeszültség a termikus elektronok lefékezésére szolgált.



$U_{PQ} [mV]$	319	297	288	268	259	245	224	201	170	137	102	78	60	36	5	-34	-69	-99
$U_R [mV]$	330,0	319,0	314,5	304,5	300,0	292,9	282,6	271,2	256,1	239,6	223,4	211,9	203,9	192,7	179,1	161,9	146,9	134,9
	-137	-162	-189	-204	-245	-262	-291	-319	-336	-364	-391	-410	-441	-452	-458	-472	-489	-514
	146,9	134,9	119,8	110,1	100,2	94,8	81,0	75,4	66,2	58,0	53,3	45,9	39,3	35,1	28,4	26,4	25,3	22,9
	-543	-552	-566	-596	-609	-632	-654	-680	-700	-732	-762	-800	-824	-859	-899	-940	-980	
	13,1	12,1	10,7	8,2	7,2	5,8	4,7	3,7	3,0	2,1	1,6	1,0	0,8	0,5	0,3	0,2	0,1	

3. A tekercs induktivitásának meghatározása.

A rendelkezésre álló tekercs nem szolenoid, tehát az induktivitását kísérletileg kell meghatározni. A kondenzátordekádnak segítségével ($C=0,5\mu F$ állásban) egy soros RLC áramkört hozunk létre és a TR0163 típusú hangfrekvenciás generátorral tápláljuk. Az R ellenállás a tekercs saját ellenállása. A jel

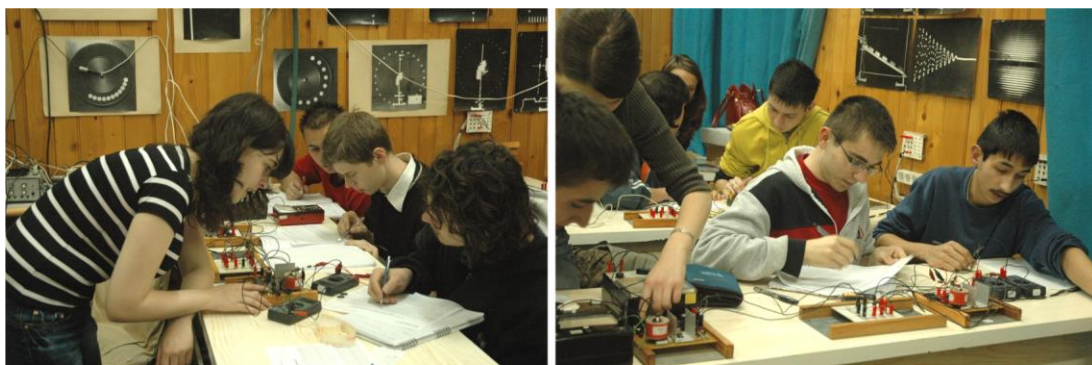


nagyságát állandó értéken tartva ($U=3V$), változtatjuk a frekvenciát, és mérjük a kondenzátoron levő feszültséget. Az alábbi táblázatokban láthatjuk az üres tekercssel és a tekercsbe helyezett diódával mért adatokat. Ezekből a táblázatokból, de leginkább a belőlük megrajzolt grafikonokból más, a mágneses tér keltésével kapcsolatos igen fontos dolgokat is meghatározhatunk.

a. A tekercs üres																
ν [Hz]	365	368	433	444	474	524	525	585	616	686	712	769	806	851	896	943
U_C [V]	3,63	3,63	3,82	3,85	3,95	4,16	4,15	4,46	4,67	5,22	5,48	6,19	6,81	7,82	9,24	11,52
	973	1010	1026	1043	1059	1092	1121	1146	1173	1211	1255	1277	1282	1311	1364	1435
	13,72	17,59	20,26	23,13	26,18	29,97	26,63	21,33	16,80	12,36	9,30	8,19	8,00	6,90	5,47	4,23

b. A tekercsben benne van a dióda																
ν [Hz]	346	405	425	496	517	563	617	660	715	775	798	825	841	852	861	870
U_C [V]	3,77	4,02	4,13	4,59	4,76	5,23	5,96	6,79	8,33	10,86	12,50	14,69	16,00	16,80	17,30	17,75
	875	880	888	893	901	917	928	937	948	969	992	1031	1100	1142	1199	1257
	17,93	17,91	17,60	17,30	16,80	15,71	14,70	13,92	12,92	11,23	9,69	7,70	5,52	4,62	3,83	3,20

4. **Az elektron fajlagos töltésének meghatározása a magnetron-módszerrel.** Az előbbi kísérleti adatok feldolgozása nélkül is láthatjuk, hogy nagy különbség mutatkozik a termikus elektronok és a gyorsított elektronok viselkedésében, ha mágneses térben, körpályára kényszerítjük őket. A fékezőfeszültség értékéből láthatjuk, hogy a termikus elektronok sebessége kicsi, és nagy a sebesség szórása. A gyorsított elektronok esetében a sebesség jobban meghatározható, kisebb a szórás, de sokkal nehezebb az elméleti számítás (*gyorsuló elektron eltérítése*). A mérési adatok felvétele rendkívül időigényes. Mivel előre sejtjük a görbék formáját, a vízszintes szakaszokon az elektromágneses áramát, a függőleges szakaszokon az anódáramát „léptetjük”, természetesen véletlenszerűen, így csökkentjük a szubjektív leolvasási hibákat.



Az elektron fajlagos töltésének meghatározása, ADY Endre Líceum, Nagyvárad, 2008

- a. **Termikus elektronok.** Tanulmányoztuk az I_a [nA] anódáram változását a tekercsen átfolyó I_0 [mA] áram függvényében. A tranzverzális mágneses térben, gyorsítás nélkül mozgó elektronok pályáját leíró egyenletek eléggé egyszerűek, de a kicsi áramok mérése nagyon nehézkes. Az igen kis áramok meghatározására a *dióda fékezési üzemmódban* kísérletnél használt módszert alkalmaztuk. A gyorsítási feszültség $U_a=0,0V$. A kísérleti adatokat az alábbi táblázatban foglaltuk össze.

a. Termikus elektronok ($U_a = 0,0\text{ V}$)																	
I_0 [mA]	56,5	70,0	105,0	108,0	126,0	126,0	129,6	145,5	145,5	146,0	151,0	155,5	157,0	158,0	158,0	168,0	172,0
I_a [nA]	387	386	380	376	362	353	350	329	326	290	303	294	266	265	275	247	227
	172,0	172,0	178,5	182,0	182,0	184,0	185,0	188,0	188,0	188,5	189,0	189,0	195,0	200,5	201,0	202,0	203,5
	226	225	179	155	168	160	150	133	142	150	158	136	109	88	86	79	65
	205,0	208,0	209,5	211,0	213,0	214,0	222,0	226,0	239,0	244,0	265,0	268,0	283,0	308,0	328,0	371,0	439,0
	72	61	64	55	49	43	37	29	33	13	19	5	14	2	7	4	3

b. Gyorsított elektronok. Tanulmányoztuk az $I_a[\mu\text{A}]$ anódáram változását a tekercsen átfolyó $I_0[\text{mA}]$ áram függvényében. A gyorsítási feszültség $U_a=19,5\text{V}$. A kísérleti adatokat az alábbi táblázatban foglaltuk össze.

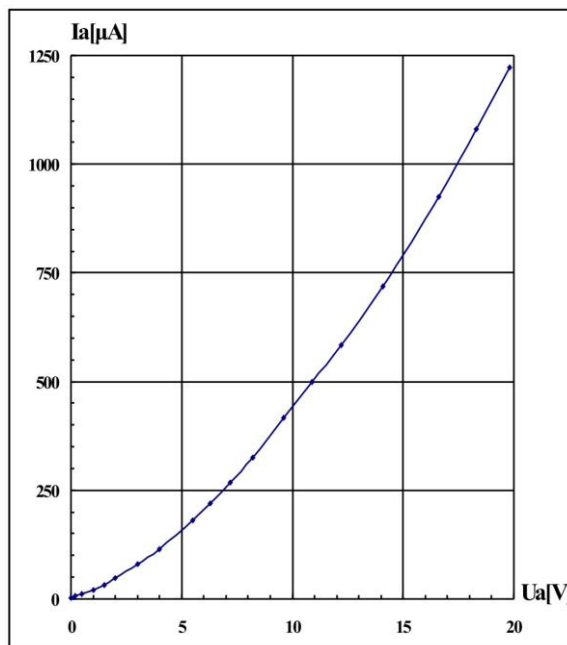
b. Gyorsított elektronok ($U_a=19,5\text{ V}$)																	
$I_0[\text{mA}]$	86	121	155	172	197	217	241	256	281	306	329	346	381	422	458	477	521
$I_a[\mu\text{A}]$	865	864	864	862	865	858	839	820	696	544	458	415	342	279	233	214	173
	578	631	661	687	718	722	775	820	845	861	874	877	880	887			
	150	136	129	126	123	122	119	115	114	113	113	112	112	113			

F. A kísérleti adatok feldolgozása. Eljutottunk a **hat kísérlet** végére. A valamikori TV technikában használt egyenirányító dióda, 3I18II meghatározó része az egész kísérletnek, de itt nem diódaaként alkalmazzuk, hanem **könnyen hozzáférhető elektronforrás**-ként. A katódból kilépő elektronokat a katódhoz képest pozitív anód összegyűjti, és néhány száz μA -es anódáramot hoz létre. Az elektronokat a mozgásukra merőleges mágneses térben eltérítjük, és körpályára kényszerítjük. Ha a mágneses tér elég erős, akkor az elektronok már nem érik el az anódot, az áram nagysága lényegesen lecsökken. A mágneses térben leírt körpályá sugarának megállapításához ismernünk kell az elektron sebességét (v), illetve a mágneses indukció (B) nagyságát. Az elektron sebességét a dióda anód-karakterisztikájából állapítjuk meg, a mágneses indukciót pedig a tekercs induktivitásának (L) ismeretében számítjuk ki. Megállapíthatjuk, hogy az első négy kísérlet az utolsó kettőnek **mérési adatokat és feltételeket** szolgáltat, ezért igen nagy figyelemmel dolgozzuk fel a négy kísérlet mérési adatait.

- 1. A dióda gyorsított üzemmódban.** A mérési sor adatai a gyorsítási anód-karakterisztikát írják le. A mellékelt grafikonból jól láthatjuk, hogy érvényesül az $I_a=kU_a^{3/2}$ formájú, az irodalomból ismert háromkettes törvény. A későbbiekben használt $U_a=19,5\text{V}$ gyorsítási feszültség kisebb az itt alkalmazott $19,8\text{ V}$ -nál, és az anódáram görbéje egyáltalán nem mutatja jelét a telítődésnek, vagyis az elektronok sebességét a gyorsításukra felhasznált munka alapján számíthatjuk ki:

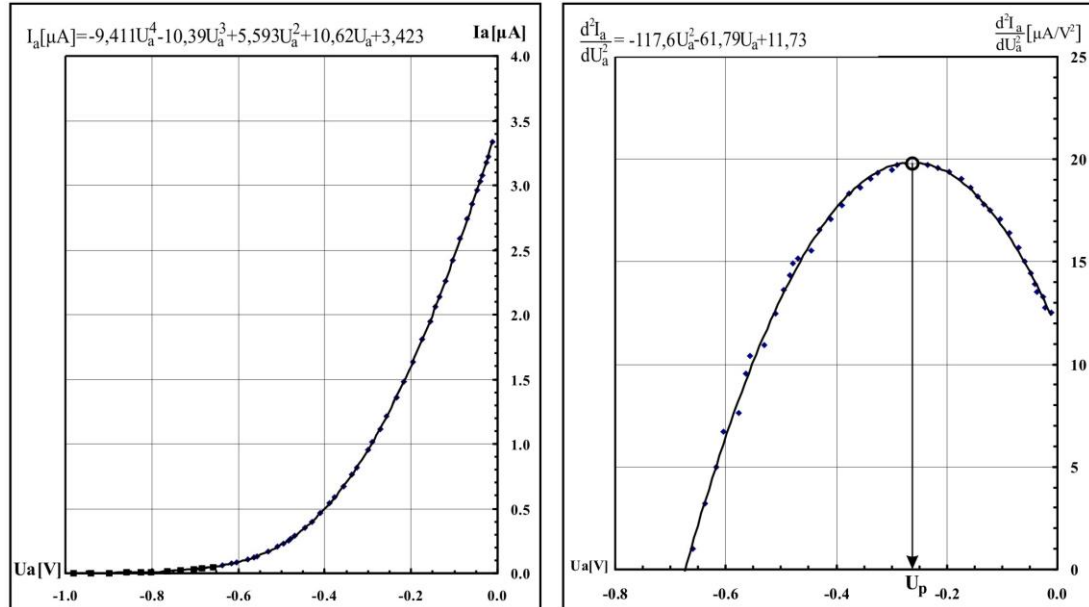
$$v = \sqrt{2eU_a / m} \approx 2600 \text{ km/s}$$

Következtetés: ez a dióda a gyorsítási üzemmódban megfelelő elektronforrásnak tűnik a fajlagos töltés meghatározására.



- 2. A dióda fékezési üzemmódban.** A grafikon, de inkább a táblázat adataiból meglepődve vesszük észre, hogy az elektronok gyorsítás nélkül is eljutnak az anódig, ezeket, az elektronokat termikus elektronoknak nevezzük. Az egyre nagyobb fékezőfeszültséggel megállítjuk a katódból kilépő elektronokat. Így meghatározható a termikus elektronok legnagyobb, valamint a legvalószínűbb sebessége. A legnagyobb sebességnek a kísérlet szempontjából csak információs jelentősége van, a legvalószínűbb sebesség azonban a termikus elektronok által leírt legvalószínűbb körpályá adatainak kiszámításához nyújt majd segítséget. Az alábbi grafikon a dióda fékezési karakterisztikája. Látható, hogy a leggyorsabb elektronokat is le tudjuk fékezni az 1000

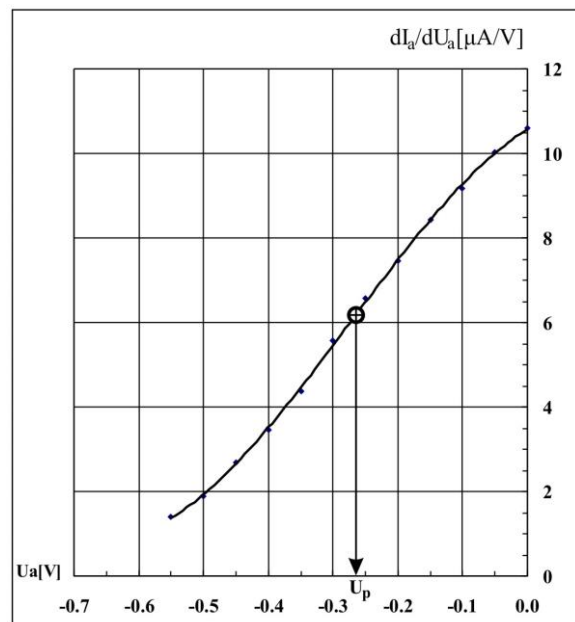
mV-os fékezőfeszültséggel. Innen kiszámítható a termikus elektronok legnagyobb sebessége: $v_{\max} = \sqrt{2eU_a/m} \approx 593$ km/s. A legkisebb négyzetek elve segítségével a mérési pontokra egy negyedfokú polinom függvényt illesztünk. A függvény elsőrendű deriváltja, egy bizonyos fékezési feszültségnél, a feszültség megváltoztatásakor létrejövő áramváltozás mértékét adja meg $\mu\text{A/V}$ -ban. Ez az áramváltozás a nulla anódfeszültségnél a legnagyobb (*legmeredekebb a görbe*), itt a nagyon kis sebességű elektronokat fékezzük le. A másodrendű derivált az áramváltozás változási sebessége



gét írja le $\mu\text{A/V}^2$ -ben. Segítségével megkapjuk az előbbi, harmadfokú görbe inflexiós pontját, ahol a legtöbb elektront vonjuk ki a „forgalomból”. Az inflexiós ponti fékezőfeszültségből számíthatjuk ki a legvalószínűbb sebességet, mert ilyen sebességű elektronból van a legtöbb. A másodrendű derivált (ez egy másodfokú függvény) maximuma megadja az inflexiós ponti legvalószínűbb sebességű elektronokhoz tartozó fékezőfeszültséget. Ez a feszültség a másodfokú illesztési görbe egyenletéből, vagy a grafikonból is megkapható: $U_p = -0,263\text{V}$. A termikus elektronok legvalószínűbb sebessége:

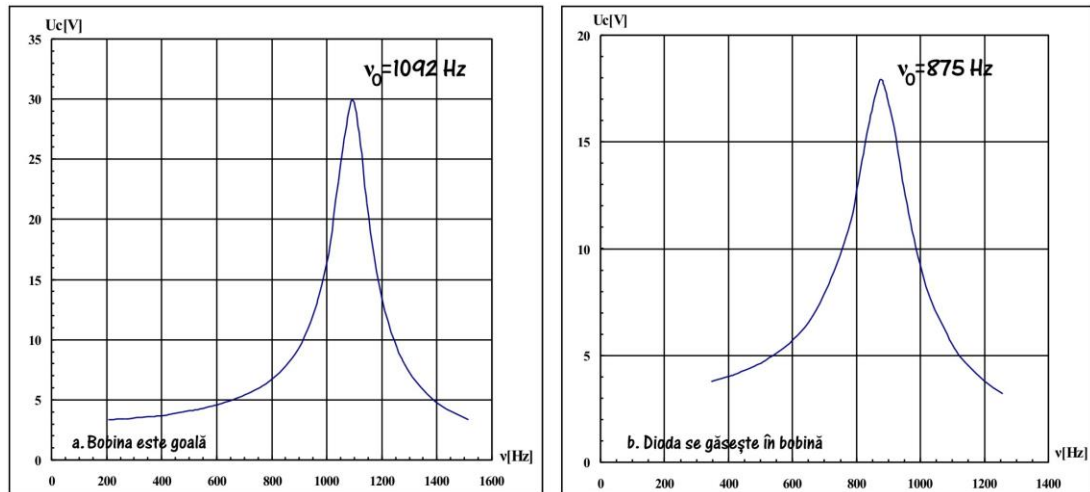
$$v_p = \sqrt{2eU_p/m} \approx 300 \text{ km/s.}$$

Ez várható érték volt, hiszen ennek valahol a sebesség-eloszlási görbe szimmetria középpontjában kell lennie. A legvalószínűbb sebességet egyszerűbb, de kevésbé pontos módon is megkaphatjuk. „Kézzel” deriváljuk a dióda fékezési karakterisztikáját, rendre, félvoltonként megmérjük az érintő iránytényezőjét, és azonnal $\mu\text{A/V}$ egységekben fejezzük ki (*tengelymetszetes alak*). A mellékelt grafikonon jól látható az inflexiós pont, illetve a hozzátartozó U_p fékezőfeszültség. A



módszer előnye, hogy számítógép, sőt felső matematikai ismeretek nélkül is megrajzolható, megérthető.

Következtetés: ez a dióda a fékezési üzemmódban is megfelelő elektronforrásnak tűnik a fajlagos töltés meghatározására.

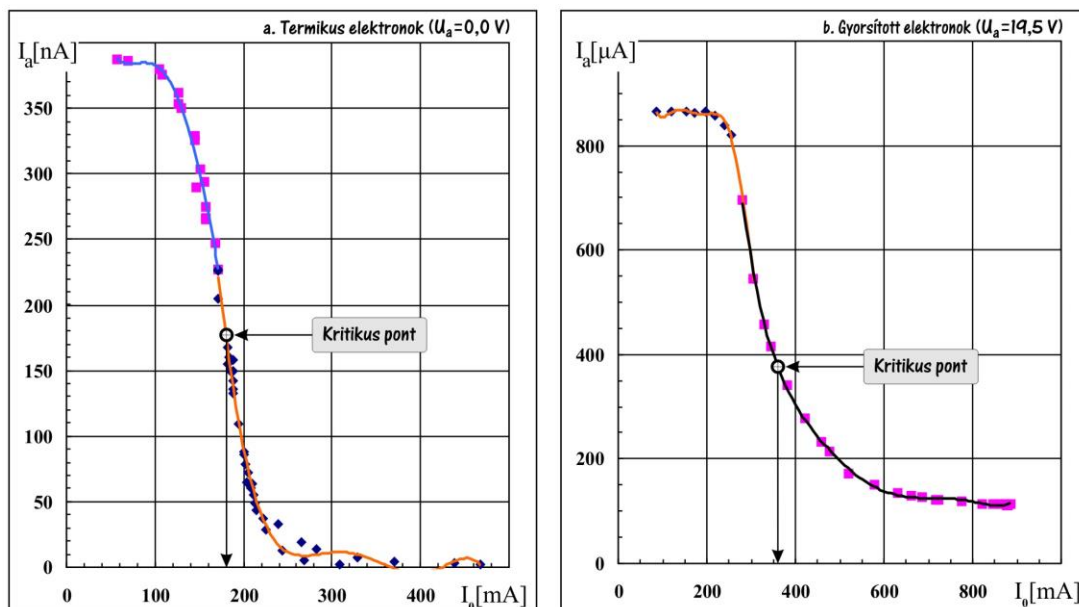


3. **A tekercs induktivitásának meghatározása.** A tekercs segítségével állítjuk elő azt a transzverzális mágneses teret, amelyben az elektronok mozgása körpályára kényszeríthető. A tér értékének kiszámíthatósága és a homogeneitása az elsőrendű követelmény az e/m meghatározás pontossága szempontjából. A kísérletből egyértelműen látható, hogy a rezonanciafrekvencia erősen lecsökken, ha a dióda a tekercsben van, ez a ferromágneses anyagok jelenlétére utal. Az is látható, hogy a második esetben a rezonanciagörbe maximuma szinte felére csökken, a sáv szélesség nő, ez Foucault-áramok által okozott veszteségekre utal, vagyis a ferromágneses anyagok bizonyára az elektroncső szerkezetéhez tartozó nagyobb acéldarabok lehetnek. A Thomson képlet segítségével kiszámíthatjuk a tekercs induktivitását: $L = 1/(4\pi^2 \nu^2 C)$. Az üres tekercsre $L = 42,5 \text{ mH}$, a diódás tekercsre pedig $L_D = 66,2 \text{ mH}$ kapunk. A rendelkezésre álló áramforrás által adható legnagyobb feszültség (25 V) és a tekercs 27Ω -os ellenállása meghatározza a tekercsen átfolyó legnagyobb áramerősséget: $I_{\max} = 0,93 \text{ A}$. A tekercs átlagkeresztmetszete: $\bar{S} = \pi \cdot (D_2 + D_1)^2 / 16 = 0,804 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$. Kiszámíthatjuk az üres tekercssel elérhető legnagyobb mágneses indukciót: $B_{\max} = L I_{\max} / (n \bar{S}) = 30,6 \text{ mT}$. Figyelembe véve a gyorsított elektron elérhető legnagyobb sebességét, kiszámítható a legkisebb körpálya átmérője: $D_{\min} = 2 m v_{\max} / e B_{\max} = 0,96 \text{ mm}$, ami bőven „belefér” a katód és az anód közti térbe, tehát a tekercs alkalmas a fajlagos töltés meghatározásához szükséges mágneses tér keltésére. Fennebb azt is láttuk, hogy a diódában ferromágneses anyagok vannak, ezek az elektroncső belső szerkezeti elemei, az anód és a katód nikkel is tartalmazó alkatrészei. A keltett tér átlagértéke csak $L_D/L = 1,56$ -szor nagyobb a ferromágneses anyagok nélkül mérhető értéknél, de egyes helyeken, a ferromágneses anyagok közelében, ez az érték a száznál is nagyobb lehet, rendkívül erős pályamódosításokra számíthatunk.

A négy előkészítő kísérletből levonható következtetések:

- A **dióda**, mint elektronforrás, **tökéletesen megfelel** ebben az e/m kísérletben
- A **tekercs**, mint a mágneses tér létrehozásához szükséges eszköz **tökéletesen megfelel** ebben az e/m meghatározását célzó kísérletben
- A **kettő együtt**, a ferromágneses anyagok miatt **messziről sem felel meg** az e/m meghatározása kísérletében. **Óriási hibák várhatók!**

4. **Az elektron fajlagos töltésének meghatározása a magnetron-módszerrel.** Az I_a anódáramot ábrázoljuk a mágneses teret létrehozó, a tekercsen átfolyó I_0 áram függvényében. A **termikus elektronok** esetében látható, hogy a mágneses tér egy bizonyos értékéig az anódáram lényegében nem változik, majd erőteljesen csökkenni



kezd. A mérések összekötése a legkisebb négyzetek elve alapján történik két szakaszban, mivel nem található olyan polinom, amely megfelelne az ilyen típusú méréseknek. A nagyobb I_0 értékeknél jól látható a hatodfokú függvény „oszillációja” a kevés és szétszórt mérési pont miatt. A kritikus pontra kapott letörési áram értéke: $I_{cT}=180 \text{ mA}$. A **gyorsított elektronok** esetében is megfigyelhető, hogy a mágneses tér kis értékeinél az anódáramot nem befolyásolja mágneses tér jelenléte, de a letörési érték jóval nagyobb az előbbinél, $I_{cA}=360 \text{ mA}$. Az előbbi kísérlethez képest egy másik különbség is adódik: a letörési szakasz meredeksége kisebb az előbb látotténál. A mérési pontok jobb összetartása miatt az összekötésüket sikerült jobban megoldani, de itt is, csak két szakaszban, szintén magas fokú polinomok segítségével.

Az észlelt jelenség magyarázata. A katód által kibocsátott elektronok egy tranzverzális mágneses térben mozognak. A rájuk ható Lorentz erő hatására egy körívet írnak le, melynek görbületi sugara a tranzverzális mágneses tér erősségétől függ. Minél nagyobb a mágneses tér indukciója, annál kisebb a görbületi sugár. Egy bizonyos érték után az elektronok nem érik el az anódot, és az anódáram hirtelen lecsökken. A kritikus érték a gyorsító-feszültségtől, valamint az elektroncső mechanikai felépítésétől függ. A görbék meredekségében látható lényeges különbséget a vízszintes nagyságnak (kétszeres), illetve a tér erős inhomogenitásának tulajdoníthatjuk.

Az e/m számértékei a mért adatok alapján. Az $\bar{S}$ értéke a konstrukciós adatok alapján $\bar{S} = \pi \cdot (D_2 + D_1)^2 / 16 = 0,804 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$. A mágneses indukció számításához a ferromágneses anyagot is tartalmazó tekercs induktivitását (L_D) használjuk.

- A **termikus elektronokra** a megadott, vagy kiszámított értékek alapján ($d_1=0,9 \text{ mm}$, $d_2=9,8 \text{ mm}$, $v_p=300 \cdot 10^3 \text{ m/s}$, $I_{cT}=180 \text{ mA}$, $L_D=66,2 \text{ mH}$, $n=1600$, $\bar{S}=0,804 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$) a [2] egyenletből következőket kapjuk:

$$\left| \frac{e}{m} \right| = \frac{4d_2 v_p}{d_2^2 - d_1^2} \cdot \frac{n\bar{S}}{L_D I_{cT}} = 1,33 \cdot 10^{10} \text{ C/kg.} \quad [10]$$

- A **gyorsított elektronokra** a megadott, vagy kiszámított értékek alapján ($d_1=0,9$ mm, $d_2=9,8$ mm, $U_a=19,5$ V, $I_{cA}=360$ mA, $L_D=66,2$ mH, $n=1600$, $\bar{S}=0,804 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$) a [9] egyenletből következőket kapjuk:

$$\left| \frac{e}{m} \right| = \frac{32d_2^2}{(d_2^2 - d_1^2)^2} \cdot \frac{n^2 \bar{S}^2}{L_D^2 I_{cA}^2} \cdot U_a = 1,93 \cdot 10^{10} \text{ C/kg.} \quad [11]$$

G. A kísérlet eredményeinek értékelése. A bemutatott módszer segítségével meghatározható az elektron fajlagos töltése. A kísérlet során az irodalmilag elfogadott értéknél ($|e/m|=1,759 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$) szinte egy nagyságrenddel kisebb értéket kaptunk az e/m -re, ami komoly konstrukciós hibákra utal. A kísérleti fizikus ilyenkor megkeresi a készüléke hibáit, hogy újabb berendezése segítségével pontosabb eredményeket kapjon, majd újabb készüléket épít... **Ennek a leborgyakorlatnak épp ez volt az érdekessége: megtalálni a mérési hibák okát!** A főbb hibaforrásokat a következőkben tudjuk összefoglalni:

- A **szokásos mérési hibákat** az igényes mérőműszerek ($\pm 0,5\%$ osztályúak) és a nagyon sok mérési pont segítségével, jóval az ilyenkor elvárható érték alá szorítottuk. Feltételezhető, hogy minden mérési hibaforrást összeadva, az így kialakuló összes hiba nem lépné túl a $\pm 2\%$ -ot. Az itt keletkezett hiba ennél **sokszorosán nagyobb**, ennek **csak konstrukciós oka** lehet.
- Kísérletileg is bizonyítottuk, hogy az elektroncső belsejében vannak **ferromágneses alkatrészek**, tehát a kialakult mágneses tér nem homogén, és helyenként jóval erősebb a kiszámítottnál. Az elképzelt kör alakú pályáknak nincs semmilyen valóság-alapja.
- A ferromágneses anyagok jelenlétét közvetlen módon is bizonyítottuk, amikor egy diódát a konstrukciós adatok megmérése érdekében **finoman feltörtünk** és az alkatrészeket a mágnes **erősen vonzotta**.
- A **tekercs túl rövid**, ezért az általa keltett mágneses tér elfogadhatóan homogén része jóval kisebb a katódnál, így nem elégséges a tér hosszanti homogeneitása. A dióda közepén a tér erősebb, tehát hamarabb létrejön az anódáram letörése. A szélek felé ez a jelenség csak nagyobb áramoknál jelentkezik, hiszen az áram letörése szempontjából csak a tranzverzális komponensről beszélhetünk. A két görbe különböző letörési meredeksége a vízszintes irányú „nagyításból” származik (*nagyobb áramoknál játszódik le az előbbi jelenség*). A gyakorlatban sokkal hosszabb tekercset alkalmaznak, ilyenkor az anódáram letörése sokkal meredekebb (*mindenütt azonos a tranzverzális komponens, azonosak a sebességek, tehát az elektronok egyszerre érik el, vagy egyszerre nem érik el az anódot*).
- A gyakorlatban **molibdénből** készült anódot használnak, illetve kerülnek a ferromágneses anyagból készült katódot és belső tartószerkezeteket. Az anód átmérője jóval nagyobb, tehát pontosabb a pálya, nagyobb gyorsító feszültségeket alkalmaznak, így a termikus elektronok kilépési sebessége kevésbé befolyásolja az elektronpálya kialakulását.

- **A kísérlet csak a mérési módszer elvének bemutatására szolgált**, az igazi hozadéka, hogy rávilágított a hiba megkeresésének szükségességére és lehetőségére.

dr. BARTOS-ELEKES István, ADY Endre Líceum, Nagyvárad.