

## Ifj. Zátonyi Sándor:

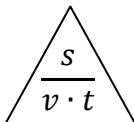
### Zsákutca

Bizonyára minden fizikatanár ismeri azt a feladatok megoldása során használt módszert, amellyel a keresett fizikai mennyiség kiszámítására vonatkozó képletet egy háromszög segítségével lehet kifejezni. Aktív tanári időszakomban évről évre a 9. évfolyamosoknál kellett ezzel a problémával foglalkozni, és néhány tanulót csak jelentős erőfeszítéssel sikerült helyes útra terelni. Mivel az interneten fellelhető, tanárok által összeállított (!) anyagokban is találkoztam ezzel a módszerrel, úgy gondoltam, érdemes megosztani gondolataimat erről az eljárásról.

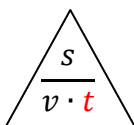
Nézzük meg először ennek a módszernek a használatát egy példán! Az egyenes vonalú egyenletes mozgásnál a sebesség, az út és az idő közti

$$v = \frac{s}{t}$$

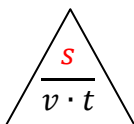
összefüggést ennél a módszernél az alábbi, háromszög alakú elrendezésben írják fel:


$$\begin{array}{c} \triangle \\ \frac{s}{v \cdot t} \end{array}$$

Ha ebben az elrendezésben bármelyik mennyiség jelét letakarjuk, akkor a látható részről leolvasható a letakart mennyiség kiszámításának a módja. Például az idő jelét ( $t$ ) letakarva azonnal, mindenfajta gondolkodás nélkül leolvasható, hogy


$$\begin{array}{c} \triangle \\ \frac{s}{v \cdot t} \end{array} \rightarrow t = \frac{s}{v}$$

Ugyanígy az út ( $s$ ) kiszámítása:


$$\begin{array}{c} \triangle \\ \frac{s}{v \cdot t} \end{array} \rightarrow s = v \cdot t$$

Az első pillanatban remeknek tűnő, más (hasonló alakú) képleteknél is jól működő módszerrel azonban több probléma is van:

Az első, hogy *memorizálni kell az elrendezést*. Ha a tanuló eltéveszti valamelyik mennyiség helyét a háromszögben, hibás képletek adódhatnak.

A második probléma, hogy *ez az eljárás mechanikus*, nem készlet logikus gondolkodásra, és nem segíti a matematikából tanultak megerősítését.

A harmadik, és egyben legsúlyosabb gondot az jelenti, hogy **ez a módszer zsákutca**, mert *nem használható bonyolultabb összefüggéseknél, sőt nincs olyan továbbfejlesztése, amely bonyolultabb esetekben is alkalmazható lenne*. Példaként néhány fontos összefüggés, amely a középiskola anyagában szerepel:

$$s = \frac{a}{2} \cdot t^2, \quad E = \frac{m \cdot v^2}{2}, \quad F_{\text{cp}} = m \cdot \frac{v^2}{r},$$

$$F = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}, \quad p \cdot V = n \cdot R \cdot T, \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Ezek egyikénél sem használható a háromszöges módszer, így ebből is látszik, hogy a középiskolában elkerülhetetlen más eljárások alkalmazása. A megoldás a matematikából ismert *mérlegelv* lehet. Ennek lényege, hogy az egyenlet két oldala közt fennálló *egyenlőség nem változik meg, ha az egyenlet mindkét oldalát ugyanúgy változtatjuk*, például

- mindkét oldalhoz ugyanazt a mennyiséget hozzáadjuk,
- mindkét oldalból ugyanazt a mennyiséget kivonjuk,
- mindkét oldalt ugyanazzal a (nem nulla) mennyiséggel megszorozzuk,
- mindkét oldalt ugyanazzal a (nem nulla) mennyiséggel elosztjuk,
- mindkét oldalt négyzetre emeljük (feltéve, hogy a két oldal azonos előjelű),
- mindkét oldalból négyzetgyököt vonunk (feltéve, hogy egyik oldal sem negatív).

A bevezetésben említett példánál maradva az egyenes vonalú egyenletes mozgást végző test által megtett út a következő módon határozható meg: Írjuk fel az egyenes vonalú egyenletes mozgást végző test sebességének definícióját!

$$v = \frac{s}{t}$$

A keresett mennyiség (*s*) nem önmagában áll az egyenletben, hanem *t*-vel el van osztva. A *t*-vel történő osztás hatását a *t*-vel történő szorzás semlegesíti, ezért szorozzuk meg mindkét oldalt a *t* idővel!

$$v \cdot t = \frac{s}{t} \cdot t$$

A jobb oldalon *t*-vel egyszerűsítve csak a keresett mennyiség marad:

$$v \cdot t = s$$

A két oldal sorrendjét felcserélve:

$$s = v \cdot t$$

Ebből a jobb oldalra történő behelyettesítéssel kiszámítható a keresett út.

Ehhez hasonlóan járhatunk el akkor is, ha az egyenes vonalú egyenletes mozgást végző test mozgásának időtartamát szeretnénk kiszámítani. A test sebessége:

$$v = \frac{s}{t}$$

A keresett mennyiség ( $t$ ) a nevezőben szerepel, ezért szorozzuk meg mindkét oldalt  $t$ -vel!

$$v \cdot t = \frac{s}{t} \cdot t$$

A jobb oldalon  $t$ -vel egyszerűsítve:

$$v \cdot t = s$$

Az idő most már nem a nevezőben van, de nem önmagában áll, hanem meg van szorozva  $v$ -vel. A  $v$ -vel történő szorzás hatását a  $v$ -vel történő osztás semlegesíti, ezért osszuk el mindkét oldalt a  $v$  sebességgel!

$$t = \frac{s}{v}$$

Ebből behelyettesítéssel már kiszámítható a keresett idő.

Ha például a Newton-féle gravitációs törvényből a két test távolságát kell meghatározni, akkor ezt a következő módon tehetjük meg.

$$F = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Megszorozzuk az egyenlet mindkét oldalát a távolság négyzetével:

$$F \cdot r^2 = \gamma \cdot m_1 \cdot m_2$$

Az egyenlet mindkét oldalát elosztjuk az erővel:

$$r^2 = \frac{\gamma \cdot m_1 \cdot m_2}{F}$$

Mindkét oldalból gyököt vonunk:

$$r = \sqrt{\frac{\gamma \cdot m_1 \cdot m_2}{F}}$$

Ennek alapján egyszerű behelyettesítéssel kiszámítható a keresett távolság. (Könnyen belátható, hogy a lépéseink mindhárom példánál ekvivalens átalakítások voltak, mert nullától különböző értékekkel szoroztunk és osztottunk, illetve a gyökvonásnál mindkét oldal pozitív volt.)

A jelenlegi (és korábbi) tantervi szabályozás szerint matematikából a mérlegelv már az 5–6. évfolyam anyagában szerepel, és újra előkerül a 7–8. évfolyamon is. ([https://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktatas/kerettanterv/Matematika\\_F.docx](https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/kerettanterv/Matematika_F.docx), 13. és 26. oldalon.) Semmi akadályja tehát, hogy ezt az eljárást fizikaórákon is használjuk.

Nagy előnye a mérlegelv használatának, hogy így *csak az alapképleteket kell megtanulni* (vagy kikeresni a Függvénytáblázatból), az összes többi összefüggés az alapképlet átalakításával, a matematikából is tanult eljárás alkalmazásával felírható. Mindez *megerősíti a matematikából tanultakat*, és olyan eszközt ad a tanulók kezébe, amelyet később sokkal *összetettebb problémák megoldásánál is alkalmazhatnak*. Fizikatanárként éljünk tehát ezzel a lehetőséggel már általános iskolában is, és ne vezessük tanítványainkat feleslegesen zsákutcába!